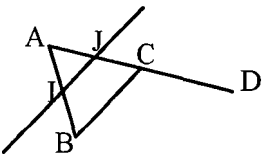
UNE CORRECTION POSSIBLE

EXERCICE 1

1/ f est antidéplacement donc f soit une symétrie axiale soit une symétrie glissante

Supposons que f est une symétrie axiale alors $f \circ f = Idp$ (l'identité du plan)



or $(f \circ f)(C) = f(A) = B \neq C$ ce qui est absurde

Donc notre supposition est fausse par suite f est une symétrie glissante.

Désignons par $\vec{u}$ le vecteur de f et par Δ son axe .

$(f \circ f)(C) = B$ donne que $2\vec{u} = \overrightarrow{CB}$ (car $f \circ f$ est la translation de vecteur $2\vec{u}$).

D'où $\vec{u} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$.

$$\begin{cases} f(C) = A \\ f(A) = B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A * C = J \in \Delta \\ A * B = I \in \Delta \end{cases} \Rightarrow \Delta = (IJ)$$

Conclusion : f est d'axe (IJ) et de vecteur $\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$.

2/ $I = A * B \Leftrightarrow g(I) = g(A) * g(B)$ (car g conserve les milieux)

$\Leftrightarrow C = g(A) * D$

$\Leftrightarrow g(A)$ est le symétrique de D par rapport à C

$\Leftrightarrow g(A) = A$.

- $g(B)=D$ et $g(I)=C \Rightarrow \frac{DC}{IB} = \frac{AC}{AI} = 2$ est le rapport de g.
- $g(B)=D$ et $g(I)=C \Rightarrow \widehat{\left(\overrightarrow{BI}, \overrightarrow{DC}\right)}$ est une mesure de l'angle de g

$$\widehat{\left(\overrightarrow{BI}, \overrightarrow{DC}\right)} \equiv \widehat{\left(\overrightarrow{BI}, \overrightarrow{AI}\right)} + \widehat{\left(\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AC}\right)} + \widehat{\left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{DC}\right)} \quad [2\pi]$$

$$\equiv \pi + \frac{\pi}{3} + \pi \quad [2\pi] \equiv \frac{\pi}{3} \quad [2\pi]$$

Conclusion : g est la similitude directe de centre A, de rapport 2 et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

3/a- f est une similitude indirecte et g est une similitude directe

$\Rightarrow f \circ g$ est une similitude indirecte.